

元上都、大都与中都规划设计之比例、尺度与数术内涵探析（下）

Investigating the Proportions, Scales, and Numerological Significances in the Plans of Shangdu, Dadu, and Zhongdu of Yuan Dynasty: Part 2

王 南

WANG Nan

摘要：结合考古实测数据、文献记载和几何作图分析，探讨元上都、大都与中都三座都城规划设计的构图比例、尺度规模及其背后所蕴含的数术内涵。在前人研究基础上，发现并指出：元代三都在规划设计上皆存在着清晰的构图比例，集中体现在每座都城的外城、皇城与宫城的平面形状与比例关系上；三座都城的外城面积与宫城（有时包括皇城）面积皆存在整数倍关系，而大都与中都的宫城面积与宫中主体建筑（前朝或后寝的正殿）所占据矩形地块的面积也存在整数倍关系——若套用《周礼·考工记》中“室中度以几，堂上度以筵，宫中度以寻，野度以步，涂度以轨”或者《营造法式》中“凡构屋之制，皆以材为祖”等古代术语，可将上述规律归纳为“都度以宫”“宫度以正殿”或者“凡营都之制，皆以宫为祖”“凡营宫之制，皆以正殿为祖”。此外，上述比例关系中所涉及的数字，以及各都城三重城垣、宫中正殿（甚至包括街区、街道等）的尺度换算成元代尺、步、丈、里、亩等数值，皆呈现出丰富而博大的中国传统数术内涵，尤其表现为对《周易》思想以及中国古代天文、律历的象征，这也恰恰与历史文献中所记上都、大都的主要规划者刘秉忠“于书无所不读，尤邃于《易》及邵氏《经世书》，至于天文、地理、律历、三式六壬遁甲之属，无不精通”的知识结构与思想体系高度契合。

关键词：元上都；元大都；元中都；比例；尺度；数术

Abstract: This paper aims to investigate the geometric proportions, scales, and numerological connotations embedded within the plans of the capitals of Yuan dynasty: Shangdu, Dadu, and Zhongdu. Building upon previous research, this paper proposes that all three capitals exhibit distinct geometric proportions in their layout plans, primarily manifested in the shape and proportional relationships between the outer city, imperial city, and palace city within each capital. Additionally, it observes integer multiple relationships between the area of outer city and palace city (sometimes including the imperial city) in each capital. Furthermore, in Dadu and Zhongdu, the area of palace cities and rectangular plots occupied by their main halls also display integer multiples. Drawing upon ancient architectural terminologies found in texts such as *Zhouli Kaogongji*, which describes measurement systems, and *Yingzao Fashi*, which provides architectural principles, the paper generalized these principles to “inside a capital, everything is measured according to the size of a palace”, “inside a palace everything is measured according to the size of the main hall”, or “all principles of constructing capitals are based on the palace.” Moreover, the numerical values involved in the aforementioned ratios and scales of the three-loop city layout and the main palace (including blocks, streets, etc.) in each capital, when converted into measurement units such as chi, bu, zhang, li, and mu used during Yuan dynasty, carry significant Chinese traditional numerological connotations. These numbers symbolize the ideologies of *Yijing* (Book of Changes),

【文章编号】2096-9368(2023)04-0138-11

【中图分类号】TU-09

【文献标识码】A

【录用日期】2023-01-06

【作者简介】

王南, 故宫博物院故宫学研究所馆员, 博士, 主要从事中国建筑历史与理论、故宫学研究。

ancient Chinese astronomy, and the legal calendar, aligning with the knowledge structure and ideological system attributed to Liu Bingzhong, the main planner of Shangdu and Dadu, who was reputed for his extensive knowledge in areas such as *Yijing* and Shao's *Jingshi Shu*, astronomy, geography, the legal calendar, and the *Three Methods and Six Ren*. This paper sheds light on the profound connections between the geometric proportions, numerical values, and ideological influences found within the layout plans of Yuan's capitals, providing references of the complex intellectual framework and ideological systems of Liu Bingzhong, the principal planner of Shangdu and Dadu.

Keywords: Yuan Shangdu; Yuan Dadu; Yuan Zhongdu; proportion; scale; numerology

(上接前文)

3.3 元大都规划设计之数术内涵

3.3.1 《周易》思想的体现

1. 总平面规划象征《周易》“大衍之数”

《周易·系辞上》曰:“大衍之数五十,其用四十有九。分而为二以象两,挂一以象三,揲之以四以象四时,归奇于扚以象闰;五岁再闰,故再扚而后挂。天数五,地数五。五位相得而各有合,天数二十有五,地数三十,凡天地之数五十有五,此所以成变化而行鬼神也。《乾》之策二百一十有六,《坤》之策百四十有四,凡三百六十日,当期之日。二篇之策,万有一千五百二十,当万物之数也。是故四营而成《易》,十有八变而成卦,八卦而小成。引而伸之,触类而长之,天下之能事毕矣。”^{[1]583}

以上记《周易》算卦(“衍”即演算)之程序,而元大都总平面规划存在着与上述文字颇能一一对应的象征性手法。

首先,外城进深约7595米,合4900步(即 49×100 步),可能象征“大衍之数五十,其用四十有九”。^①与之类似,大明殿、延春阁所占地块的面阔与进深之比均为 $49:100$ (吻合度99.6%),应具有同样的象征意义。^②

其次,《析津志》称元大都五十坊,“坊名元五十,以大衍之数成之,名皆切近。乃翰林院侍书学士虞集伯生

所立”,亦是同样的含义。^{[2]2}^③

第三,大都总平面规划对上述演卦程序进行了一定程度的模拟:中轴线分外城为东、西两部分,可视为“分而为二以象两”;外城北墙上的健德门、安贞门及其所对大街将外城东西面阔三等分,可视为“挂一以象三”^④;东、西墙上各三座城门又将外城南北进深四等分,可视为“揲之以四以象四时”(整个外城由此被分成十二个小模块,且均为外城的相似形,应可象征十二月、十二律等,见本文上篇图8)。

第四,依上述程序算卦之时,蓍草揲数会出现六、七、八、九四种数字,《周易》以九为老阳,七为少阳,六为老阴,八为少阴。^⑤元大都外城面阔与进深之比为 $7:8$,即少阳与少阴之比;^⑥宫城面阔与进深之比为 $7:9$,即少阳与老阳之比(此外 $7:9$ 还是《周礼·考工记》所记周代明堂比例,详见下文);而外城又被北墙二门和东、西墙各三门进一步分作十二个模块,宽长比为 $6:7$,即老阴与少阳之比。^⑦由此可知,外城(及其十二模块)、宫城的长宽比例,^⑧均由《周易》老阳(9)、少阳(7)、老阴(6)、少阴(8)所构成。

第五,除了外城进深4900步具有象征含义之外,外城面阔4320步(合2160丈)与上面引文中“《乾》之策二百一十有六”也有密切关系: $4320 \text{ 步} = 216 \times 20 \text{ 步}$ ($2160 \text{ 丈} = 216 \times 10 \text{ 丈}$)。前文曾指出,元上都外城边长1440步

① 明北京中轴线由永定门南壁至钟楼北壁全长7804米(此数据由谷歌地球Google earth测量所得,其中永定门为原址重建),以明中期1尺=31.84厘米,1步=1.592米计,合4902步≈4900步(吻合度接近100%),可知明北京中轴线长度很可能与元大都南北进深具有同样的象征含义。

② 下文所要讨论的元中都宫城“工”字殿台基下层面阔与进深之比亦为 $49:100$,应具有相同的含义。

③ 王璞子、傅嘉年均曾指出,《析津志》“实际记载下的只有四十九个坊名”,便是比附《周易》“大衍之数”。参见王璞子《元大都城平面规划述略》;傅嘉年《中国古代城市规划、建筑群布局及建筑设计方法研究》,第13页。

④ 王军分析指出,健德门、安贞门取义乾坤,乾坤即天地,天地即两仪,故而此二门亦可象征“分而为二以象两”。参见王军《尧舜舜雨:元大都规划思想与古代中国》,第165页。

⑤ 参见杨天才、张善文译注《周易》,第583~588页。

⑥ 7(少阳)与8(少阴)之和为15,又可象征一节气日数。

⑦ 此外,王军还指出 $6:7$ 比例带有“天地之中”的文化内涵。参见王军《尧舜舜雨:元大都规划思想与古代中国》(乙篇:第四章)。

⑧ 并且对元大都复原图进行分析可知,皇城与外城亦为相似形,参见王南《元上都、大都与中都规划设计之比例、尺度与数术内涵探析(上)》图8。

(为元大都外城面阔的三分之一),与引文中“《坤》之策百四十有四”正相对应:1440步=144×10步。由此可知,大都外城面阔与上都外城边长数值,分别与《周易》“《乾》之策”(216)和“《坤》之策”(144)呼应,大都象乾、上都象坤,与二者作为正都与夏都的地位颇为契合。

第六,引文中所谓“凡三百六十日,当期之日”,即指一年三百六十日。大都外城面积72倍于宫城面积、36倍于“标准街区”面积,是以不同方式如七十二候、三十六旬来象征一岁之期(详见下文)。

第七,外城东西面阔(4320步)为大明殿东西面阔(40步)的108倍,108为“《乾》之策”(216)的一半,其更重要的象征含义详见后文;外城南北进深(4900步)约为大明殿南北进深(82步)的60倍(吻合度99.6%),60为一甲子之数。

外城东西面阔(4320步)为延春阁东西面阔(30步)的144倍,144即“《坤》之策”——据此可知大明殿象乾、延春阁象坤,与前朝、后寝之地位符合;外城南北进深(4900步)约为延春阁南北进深(61步)的80倍(吻合度99.6%)。

最重要的是:外城面积:延春阁所占矩形地块面积=144×80=11520——11520正符合引文中所谓“二篇之策,万有一千五百二十,当万物之数也”!由此可知,元大都外城与宫城后寝主体建筑延春阁之间的模数关系,实际上象征《周易》“二篇之策”的总和11520,亦即“万物之数”——后寝为帝王之家,由延春阁到整个元大都的化生关系,自然象征了“化家为国”(乃至化生万物)之文化内涵。^①《周易·彖传》云:“至哉坤元,万物资生,乃顺承天。”^{[1]583}外城面阔为延春阁面阔的144倍,象征“《坤》之策”;外城面积为延春阁地块面积的11520倍,象征“二篇之策”“万物之数”,正是对“至哉坤元,万物资生”的绝佳表现。

第八,引文称“十有八变而成卦”,大都外城面积72倍于宫城、36倍于“标准街区”,宫城面积90倍于大明殿——72、36、90皆为18的倍数,显然也与上述演卦过程有着十分契合的象征含义。

综上所述,元大都的平面规划在很大程度上对《周易·系辞上》所记算卦程序一一进行了象征性演绎,与外城、宫城(包括大明殿与延春阁)及主要城门、街道、里坊规划的构图比例、模数关系与数术内涵深度契合,手法堪称绝妙。

2. 外城、宫城与大明殿比例/模数关系象征乾卦等含义 元大都外城面积72倍于宫城面积,宫城面积90倍于

大明殿(“工”字殿)所占矩形地块面积——72和90这两个数字,皆为9的倍数,《周易》的阳爻即以“九”来表示,而乾卦六爻皆阳,更以“九”为其象征。大都外城、宫城、大明殿三者之间的比例关系均包含9,与刘秉忠取《周易》乾卦“大哉乾元”之义作为元朝国号(即“大元”)^②的内涵若合符节。

外城面阔108(即9×12)倍于大明殿,9和12可分别象征《周易》乾卦(阳爻)与十二月、十二律之内涵;外城进深60倍于大明殿,六十为一甲子之数,十二月和一甲子皆与时间密切相关。大明殿之名称,出自《周易·彖传》乾卦“大明终始,六位时成。时乘六龙以御天”,^{[1]6}可知其名称即象征乾卦,并与古人通过东宫苍龙星宿进行观象授时活动^③有着密不可分的关系——此乃大都外城、宫城与大明殿之间一系列比例关系背后深刻的文化内涵。

3. 宫城与大明殿周长的象征含义

《南村辍耕录》记宫城“周回九里三十步”。^{[3]250}王贵祥曾就“九里三十步”这一尺度的内涵作出如下推测:“数字‘九’为阳数之尊,这自然是应该用之于天子宫苑的尺度,而数字‘三十’则有圆满之意,老子《道德经》中有:‘三十幅共一轂’之说,即取其轮辐圆满之意,而中国农历一月为30天,故三十其中也有一个完整周期的意义。”^[4]

前文已论及,数字“九”可象征《周易》的阳爻及乾卦;^④而数字“三十”则是《周易·系辞上》所谓“地数”之和,即2+4+6+8+10=30。至于九里三十步合在一起取何种象征含义,尚待进一步探究。此外,九里三十步合2190步,即1095丈,尾数95应象征“九五之尊”。^⑤

据《南村辍耕录》记载,大明殿(前殿)“东西二百尺,深一百二十尺”,^{[3]251}可知大明殿(前殿)周长640尺,合64丈,可能象征《周易》的六十四卦。^⑥

4. 大明殿、延春阁与乾坤阴阳

如前所述,宫城分别以大明殿和延春阁作为平面规划模数甲、乙,宫城面积为大明殿矩形地块面积的90倍,为延春阁矩形地块面积的160倍——这两组不同的模数关系(包含了数字9和16),应是象征大明殿和延春阁作为“前朝”和“后寝”一阳(乾)一阴(坤)的不同属性,因此这两组模数不妨称为元大都宫城规划的“阴阳模数”。^⑦

另据《南村辍耕录》,^{[3]251-252}大明殿高90尺(合9丈),延春阁高100尺(合10丈),其中九为最大之天数,十为最大之地数,二者一阳一阴之象征含义甚明。大明殿与延春阁高度之比为9:10,与元上都、中都宫城平面宽长比相

① 傅熹年曾经分析过紫禁城后三宫与前三殿的模数、比例关系,及其体现的“化家为国”的文化内涵。参见傅熹年《中国古代城市规划、建筑群布局及建筑设计方法研究》,第24页。

② 元朝国号“大元”语出《周易·彖传》乾卦“大哉乾元,万物资始,乃统天”。

③ 参见冯时《〈周易〉乾坤卦爻辞研究》。

④ 元上都、中都宫城周长皆为六里四十步,数字“六”可象征《周易》的阴爻及坤卦——可知大都与上都(或中都)宫城构成乾坤、阴阳之对应关系,与大都作为正都,而上都、中都作为夏都及陪都的身份相应。

⑤ 赵春晓分析指出,元大都宫城周长9.125里,面积5.125平方里,二者的数值比例接近9:5,应是比附《周易》乾卦“九五”爻辞。参见赵春晓《以元官尺为探讨条件的元大都空间格局历史研究》。

⑥ 大明殿(前殿)面阔(200尺)与进深(120尺)之比为5:3,也是中国古代建筑设计中常用的比例,王军对该比例所具之内涵有所阐发。参见《尧风舜雨:元大都规划思想与古代中国》,第178页。

⑦ 冯时、王军等学者曾探讨过中国古代规划设计中的“阴阳法式”“阴阳模数”。参见冯时《失落的规矩》;《中国建筑规矩方圆之道——〈规矩方圆,天地之和——中国古代都城、建筑群与单体建筑之构图比例研究〉学术研讨会综述》;王军《尧风舜雨:元大都规划思想与古代中国》(乙篇)。

等,同样具有“合天地终数,得闰法”之内涵,同时又与《周易·系辞上》所记演卦程序中“归奇于扚以象闰”相呼应。

5. 城门数目的象征含义

下面来看大都城门数目的数术内涵。

外城共设十一门,侯仁之、于希贤、王军等学者皆曾指出,此乃以数字十一象征“允合乎五六天地之中”(语出元代黄文仲《大都赋》)。^①

《周易·系辞上》云:“天一,地二;天三,地四;天五,地六;天七,地八;天九,地十。”^{[1]592}“天数五,地数五。五位相得而各有合,天数二十有五,地数三十,凡天地之数五十有五,此所以成变化而行鬼神也。”^{[1]583}

此为《周易》的“天数”“地数”观念,即一、三、五、七、九为天数,二、四、六、八、十为地数,而“五”处于五个“天数”的第三个,即天数之中;“六”处于五个“地数”的第三个,即地数之中;故而五、六为“天地之中”,由此元大都十一门也就获得了“允合乎五六天地之中”的象征意义。《汉书·律历志》云“天之中数五,地之中数六,而二者为合”,^{[5]112}于是大都外城十一门亦具有“天地之中合”的内涵。

《南村辍耕录》载“外周垣红门十有五”,^{[3]251}可知皇城共设十五门,应是象征一节气 15 日。

宫城设六门,既可象征《周易》的阴爻及坤卦,亦可象征《周易·彖传》乾卦“大明终始,六位时成,时乘六龙以御天”之含义,与大明殿正相呼应;若与外城十一门代表的“允合乎五六天地之中”的内涵相对应,数字六还具有“地数之中”等含义。

元大都外城、皇城与宫城的城门总数为 32,恰为《周易》六十四卦卦数之半。

6. 街道数目的象征含义

如前文所述,元大都主要街道为九经六纬,即 9 条南北向大街,6 条东西向大街,可知分别用数字九和六象征《周易》阳爻和阴爻(乾卦和坤卦),正如班固《西都赋》中所谓“体象乎天地,经纬乎阴阳”。^{[6]397}

另据《析津志》载,元大都共有“三百八十四火巷”。^{[2]4}赵春晓认为数字 384 象征《周易》六十四卦共计 384 爻(每卦 6 爻),此说有理。^②

3.3.2 对天文历法的象征性表现

1. 外城与宫城比例象征“七十二候”

外城面积为宫城的 72 倍,可能象征中国古代天文历法中所谓“七十二候”:古人将二十四节气的每个节气分为上、中、下三局,每局五天,遂将二十四节气分为七十二

候,每候五日,皆是以一手之数记录历年的表现。^③如此一来,与元上都以外城周长 24 里象征二十四节气正相呼应,元大都以外城面积 72 倍于宫城面积来象征七十二候,是对二十四节气或一年三百六十日的另一种表现。

数字 72 另一重要含义即五行的每一行在一年中所值日数(即 $360 \div 5 = 72$),^④紫禁城每座角楼屋顶皆设七十二脊或即象征此义。

2. 外城与“标准街区”比例象征“一期三十六旬”

外城面积为“标准街区”的 36 倍,王军认为“此三十六之数是中国古代表示一岁时长的律历之数”,以三十六象征“一期三十六旬”,即一年三百六十日,每十日为一旬,一年共计三十六旬。^⑤

《大戴礼记》记明堂制度云:“明堂者,古有之也。凡九室,一室而有四户八牖,三十六户,七十二牖。”^⑥其中四九三十六、八九七十二的数术内涵,正与元大都外城、“标准街区”及宫城之间的模数关系如出一辙。

综上所述,外城与宫城、“标准街区”的两组模数关系(七十二候或三十六旬),皆可视作对一年三百六十日的象征性表现,正是《周易·系辞上》所谓“凡三百六十日,当期之日”的象征。

3. 108、1230 与“钟鼓之数”

外城面阔(4320 步)为大明殿面阔(40 步)的 108 倍。108 为钟楼晨昏撞钟之数——明人郎瑛《七修类稿》载:“天下晨昏钟声,数固一百零八,而声之缓急节奏必然不同,自吾浙杭州歌曰:‘前发三十六,后发三十六,中发三十六,声急通共一百八声息。’越州歌曰:‘紧十八,慢十八,六遍凑成一百八。’台州歌曰:‘前击七,后击八,中间十八徐徐发,更兼临后击三声,三通凑成一百八。’”^{[7]50}

明人张岱《夜航船》记:“钟声晨昏撞一百单八者,一岁之义也。盖年有十二月,有廿四气,又有七十二候,正得此数。越州歌曰:‘紧十八,慢十八,六遍共成一百八。’”^{[8]398}

由以上记载可知,钟楼敲钟 108 下意在象征一年,因为一年可以表示为十二月、二十四节气以及七十二候,而 12、24、72 三个数字之和正好是 108。可知元大都很可能是以外城与大明殿面阔的比例关系象征钟楼撞钟之数。与此相应,外城进深(4900 步)约为大明殿进深(82 步)的 60 倍(吻合度 99.6%),60 为一甲子之数,同样与天文历法亦即与时间相关。

再来看大都规划与击鼓之数的关联。^⑦据郎瑛《七修类稿》记:“禁鼓一千二百三十声为一通,三千六百九十声为三通;在外更鼓三百三十挝为一通,千挝为三通。”^{[7]50}

张岱《夜航船》亦载:“禁鼓一千二百三十声为一通,

① 参见侯仁之《试论元大都城的规划设计》,于希贤《〈周易〉象数与元大都规划布局》,王军《尧舜禹:元大都规划思想与古代中国》。此外,宫城正门崇天门城楼、主殿大明殿,皆为面阔十一间,亦同此内涵。

② 参见赵春晓《以元官尺为探讨条件的元大都空间格局历史研究》,第 120 页。

③ 参见王军《尧舜禹:元大都规划思想与古代中国》,第 210 页。

④ 参见王军《尧舜禹:元大都规划思想与古代中国》,第 110 页。

⑤ 王军援引《旧唐书·礼仪志》《汉书·律历志》《周易·系辞上》《淮南子·天文训》等文献并指出,中国古人以三百六十日当一岁之数,是因为三百六十日能够被一节气十五日整除,并与六个甲子的周期相合。参见王军《尧舜禹:元大都规划思想与古代中国》,第 204 页。

⑥ 转引自王军《尧舜禹:元大都规划思想与古代中国》,第 110 页。

⑦ 近人一般认为鼓楼击鼓之数与钟楼敲钟之数相同,也是 108 次。但这与古代文献所记不合。

三千六百九十声为三通。更鼓三百六十挝为一通。千挝为三通。余鼓三百三十三为一通。角十二声为一叠。”^{[8]398}

大都宫城面阔480步，进深615步，可知其面积为1230亩（1亩=240平方步）——数字1230，恰为《七修类稿》《夜航船》中所记一通禁鼓（即宵禁之鼓）之数。^①不仅如此，宫城进深615步，“标准街区”进深[等于东、西墙各城门间距，亦等于皇城进深（不含南部凸出部分）]为其2倍，即1230步，再次出现数字1230，含义应该相同。此外，外城面阔4320步，合18里；进深4900步（或4920步），^②合20.5里——可知外城面积为 $18 \times 20.5 = 369$ （平方里），古人称369里。数字369，与书中所记三通禁鼓3690声的关系亦十分清楚，恰为其十分之一。

综上可知，大都规划设计中，以外城面阔与大明殿面阔之倍数108象征晨昏撞钟次数，同时又以宫城面积亩数（同时为皇城及“标准街区”进深步数）1230象征一通禁鼓的次数，外城面积里数369则等于三通禁鼓次数（3690）的十分之一——即分别以外城、皇城、宫城及标准街区的比例、尺度，象征禁鼓与晨昏撞钟之数（可谓“钟鼓之数”），这恰恰与将鼓楼（齐政楼）和钟楼这两座报时建筑置于都城之中，以表现观象授时、天文历法方面的象征含义极度吻合。^③

4. 街道和“标准街区”象征二十四节气等内涵

元大都“标准街区”内包含22条东西向胡同，如果加上南北两侧街道，共计24条道路，可能象征二十四节气。此外，数字22为11的两倍；不仅如此，赵正之曾推测胡同内的标准宅基地为44步见方（合元代8亩），44为11的4倍；外城周长77里，77为11的7倍——可知元大都从外城周长及城门数、大明殿与崇天门开间数，到标准街区胡同数、8亩宅基地的边长等，可能皆与数字11及其所具有的“允合乎五六天地之中”的含义相关。

据《析津志》记载，元大都“大街二十四步阔，小街十二步阔”，^[24]可能分别象征二十四节气和十二月（十二月律），这就以街道宽度象征了阴阳合历的天文历法内涵。

结合前文所言，元大都“九经六纬”的大街象征乾坤、阴阳，384条火巷象征《周易》六十四卦总爻数，可知元大都的街巷数目和宽度数字，俱有精心安排的数术内涵。

3.3.3 9:7与明堂比例

王军在《尧风舜雨：元大都规划思想与古代中国》中指出，元大都宫城南北进深（615步）与东西面阔（480步）之比为9:7（明北京紫禁城同此比例），该比例为《周礼·考工记》所记周代明堂之比例^④：“周人明堂，度九尺之筵，东西九筵，南北七筵，堂崇一筵，五室，凡室二

筵。”^{[9]994}

宫城前朝正殿称大明殿，亦具有明堂之义（即元帝布政之宫）。宫城面阔（480步）为大明殿面阔（40步）的12倍，包含十二律（十二月）之内涵，与《礼记·明堂位》所记“制礼作乐，颁度量，而天下大服”^{[10]604}之含义十分契合。

4 元中都规划设计分析

4.1 元中都规划格局述略

元中都遗址位于河北省张北县城西北15公里处，俗称“白城子”。该地曾是元帝巡幸两都返程途中的旺兀察都行宫所在地。元大德十一年（1307）六月，元武宗海山下令“建行宫于旺兀察都之地，立宫阙为中都”（《元史·武宗纪一》）。^{[11]480}至大元年（1308）七月“旺兀察都行宫成”（《元史·武宗纪一》）。^{[11]500}此后其他工程仍在进行。至大四年（1311）正月武宗去世，继位的元仁宗立即下令“罢城中都”（《元史·仁宗纪一》），^{[11]537}停止尚未完工的中都工程，解除其陪都职能，所以元中都实际上是一座未建成便即夭折的都城。

有学者推测元中都规划的主持人是萧珍，^⑤据《元史·仁宗纪一》记载，至大四年（1311）二月，“司徒萧珍以城中都微功毒民，命追夺其符印，令百司禁锢之”。^⑥^{[11]538}

与大都类似，中都亦呈外城、皇城、宫城三重城垣相套之格局（图15）。

外城平面接近正方形，占地面积8.58平方公里，规模犹胜元上都，约为元大都的六分之一。

皇城为南北长、东西短的矩形，占地面积约71.9万平方米，规模与元大都宫城及今北京紫禁城接近。皇城四面各开一门（其中东门南北两侧带有类似左右掖门的门址，性质尚待证实）。较为特别的是，在皇城内已探明了六道隔墙，它们从宫城东、北、西三座城门的两侧向外延伸，两两平行，将皇城内的空地分隔成东西对称的六个独立单元。有学者推测其为驻军之“小禁垣”。

宫城同样为南北长、东西短的矩形，占地面积约33万平方米——不论平面形状还是规模都与元上都宫城几乎完全一致。宫城四面各开一门，四隅有角楼。宫城内共计发现建筑遗址32处，其中最重要者为宫城一号殿（编号D1）基址，即位于宫城中央的“工”字殿遗址，可谓元大都宫城大明殿的“具体而微者”，是目前考古发掘的元代皇宫大型“工字殿”的唯一实例，弥足珍贵。“工”字殿台基分上、下两层；由南向北依次由月台、前殿、柱廊、寝殿及其东西夹室和香阁组成。其中，前殿平面柱网布局为面

① 值得注意的是，元大都宫城面积1230亩，周长9里30步，二者尾数均为30（即地数之和，或两节气之日数），其象征意义很可能也相一致。

② 若取实测数据，外城进深合4900步；若取宫城进深（615步）的8倍，则外城进深合4920步。

③ 《说文解字》称鼓为“春分之音”，钟为“秋分之音”。王军研究指出，鼓、钟二楼在元大都南北成列，即象征《周易》震卦、兑卦相重而成随卦，取“天下随时”“得于时也”“得时则天下随之”等意义（参见王军《尧风舜雨：元大都规划思想与古代中国》，第79页）——这与本文所指出的大都规划设计比例、尺度与“钟鼓之数”的象征关系极为契合。

④ 王军还进一步讨论了9:7这一比例所具有的“道生一”的文化内涵。参见王军《尧风舜雨：元大都规划思想与古代中国》，第110~113页。

⑤ 参见佟健华《元中都遗址出土阿拉伯幻方之研究》。

⑥ 此外，《元史·武宗纪一》载，至大元年（1308）八月，“以中都行宫成，赏官吏有劳者，工部尚书黑马而下并升二等，赐塔刺儿银二百五十两，同知察乃、通政使塔利赤、同知留守萧珍、工部侍郎答失蛮金二百两、银一千四百两……”。参见宋濂等《元史》，第501~502页。

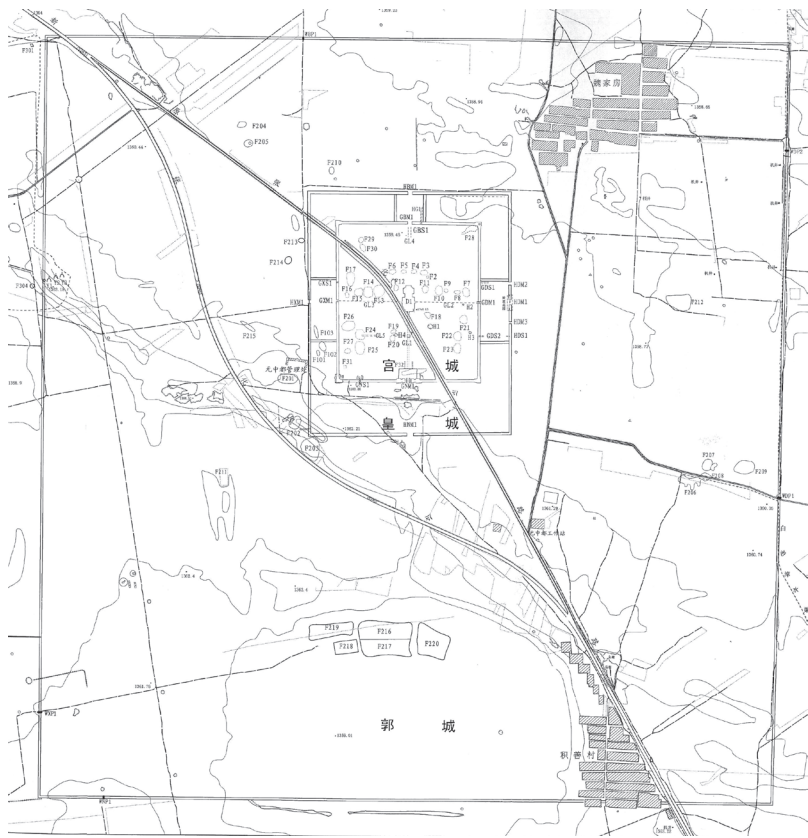


图 15 元中都总平面图

(河北省文物研究所《元中都：1998—2003 年发掘报告》)



图 16 元中都宫城“工”字殿遗址航拍图

(河北省文物研究所《元中都：1998—2003 年发掘报告》)

阔七间、进深五间，由内、外柱两周组成，类似《营造法式》所谓“金箱斗底槽”布局。寝殿面阔、进深均为三间，寝殿之东、西夹室面阔、进深各三间，香阁凸出于寝殿北侧，面阔、进深各三间（图 16）。

4.2 元中都外城、皇城、宫城之比例尺度分析

通过对元中都外城、皇城、宫城实测数据^①的分析，可得如下结果。

1. 外城尺度

外城东、南、西、北四墙长度分别为 2964 米、2881 米、2964 米、2906 米，周长 11715 米。由此可知：

外城平面接近正方形，边长平均值为 2928.75 米，合 1889.5 步 $\approx$ 1900 步（吻合度 99.4%）。

周长 11715 米，合 7558 步 $\approx$ 31.5 里（吻合度接近 100%）。

2. 皇城尺度及比例

皇城东、南、西、北四墙长度分别为 927.7 米、770 米、930.6 米、778.34 米，周长 3406.64 米。可知：

皇城南北进深（取平均值）929.2 米，合 599.5 步 $\approx$ 600 步（吻合度 99.9%）；东西面阔（取平均值）774.2 米，合 499.5 步 $\approx$ 500 步（吻合度 99.9%）。

皇城周长 3406.64 米，合 2197.8 步 $\approx$ 2200 步（吻合度 99.9%），即周长 9 里 40 步，与元大都宫城周长（9 里 30 步）十分接近，仅差 10 步，二者吻合度达 99.5%。

皇城南北进深：东西面阔 = $929.2 \div 774.2 = 1.2 = 6 : 5$ 。

3. 宫城尺度及比例

宫城东、南、西、北四墙长度分别为 603.5 米、542 米、608.5 米、548.8 米，宫城南北进深（取平均值）606 米，合 391 步 $\approx$ 390 步（吻合度 99.8%）；东西面阔（取平均值）545.4 米，合 351.9 $\approx$ 350 步（吻合度 99.5%）。

宫城南北进深：东西面阔 = $606 \div 545.4 = 10 : 9$ （吻合度接近 100%）。

宫城周长 2302.8 米，合 1485.7 步 $\approx$ 1480 步（吻合度 99.6%），即 6 里 40 步（图 17，图 18）。

4. 外城、皇城、宫城周长比例

皇城周长：宫城周长 = $3406.64 \div 2302.8 = 1.479 \approx 3 : 2$ （吻合度 98.6%）；

① 本部分实测数据均引自河北省文物研究所《元中都：1998—2003 年发掘报告》。

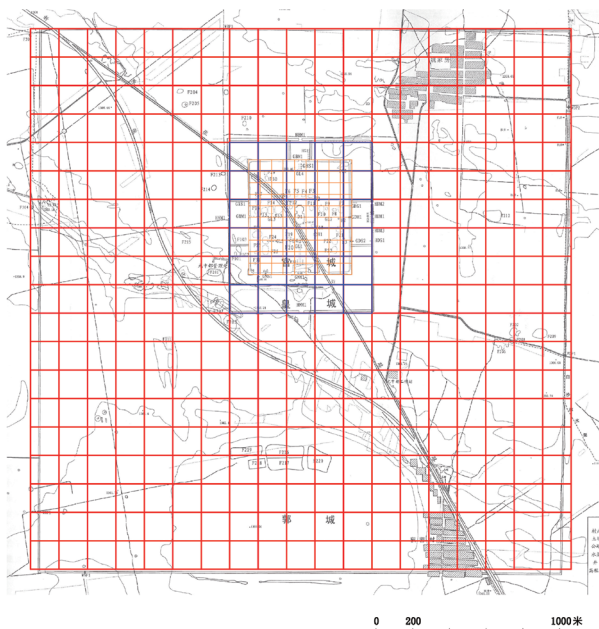


图 17 元中都外城、皇城、宫城平面构图比例及尺度分析

(图中红色、蓝色网格为 100 步见方, 外城边长 19 格; 皇城东西 5 格, 南北 6 格; 橙色网格为 39 步见方, 宫城南北 10 格、东西 9 格。底图源自河北省文物研究所《元中都: 1998—2003 年发掘报告》)

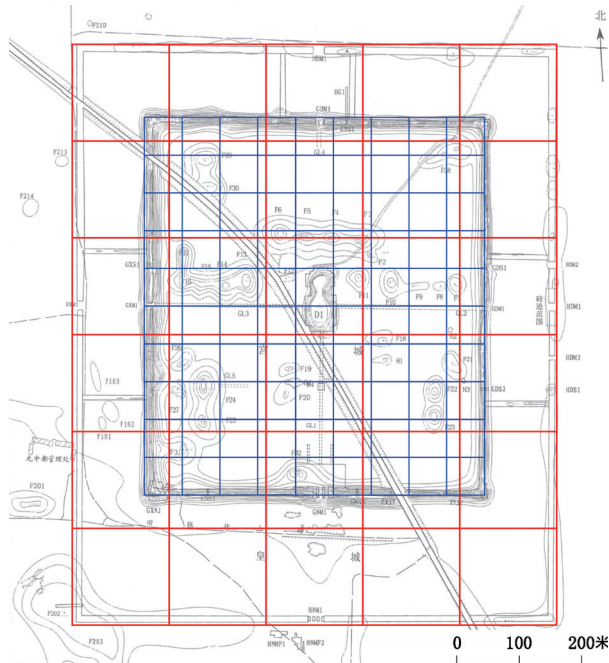


图 18 元中都皇城、宫城平面构图比例及尺度分析之一

(图中红色网格为 100 步见方, 皇城东西 5 格, 南北 6 格; 蓝色网格为 39 步见方, 宫城南北 10 格、东西 9 格。底图源自河北省文物研究所《元中都: 1998—2003 年发掘报告》)

外城周长: 皇城周长 = $11715 \div 3406.64 = 3.44 \approx 7:2$ (吻合度 98.3%);

外城周长: 皇城周长: 宫城周长 $\approx 21:6:4$ 。

5. 外城、皇城、宫城面积比例

外城面积: 皇城面积 = $(2928.8 \times 2928.8) \div (929.2 \times 774.2) = 11.92 \approx 12$ (吻合度 99.4%);

外城面积: 宫城面积 = $(2928.8 \times 2928.8) \div (606 \times 545.4) = 25.95 \approx 26$ (吻合度 99.8%)。

可见中都也以宫城面积为外城平面规划的模数 (外城 26 倍于宫城), 且以皇城面积为外城平面规划的扩大模数 (外城 12 倍于皇城)。

由 4、5 可知, 元中都三重城垣在周长、面积上皆有较清晰的比例关系, 后者精确度比前者更高 (与元上都情况相同)。^①

6. 皇城与宫城之 $\sqrt{2}$ 比例

特别值得注意的是: 皇城东西面阔: 宫城东西面阔 = $774.2 \div 545.4 = 1.42 \approx \sqrt{2}$ (吻合度 99.6%), 亦即 500 步与 350 步之比 (符合匠人术语中的“方七斜十”比例关系) (图 19)。

7. “工”字殿台基下层尺度及比例

“工”字殿台基下层东西面阔 (以前殿最宽处计) 49.2 米, 合 31.7 步 ≈ 32 步 (吻合度 99.1%); 南北进深 101.1 米, 合 65.2 步 ≈ 65 步 (吻合度 99.7%)。

“工”字殿台基下层东西面阔: 南北进深 = $49.2 \div 101.1 = 0.487 \approx 49:100$ (吻合度 99.4%); $0.487 \approx 1:2$ (吻合度

97.3%)。

此外, “工”字殿台基上层高约 1.25 米, 约合 4 尺 (吻合度 99.2%); 下层高约 1.7 米, 约合 5.5 尺 (吻合度 99.7%); 二者之和约合 9.5 尺 (即九尺五寸, 应象征“九五之尊”)。

8. “工”字殿台基下层为宫城规划模数

宫城东西面阔: “工”字殿台基下层东西面阔 = $545.4 \div 49.2 = 11.09 \approx 11$ (吻合度 99.2%);

宫城南北进深: “工”字殿台基下层南北进深 = $606 \div 101.1 = 5.99 \approx 6$ (吻合度 99.9%);

宫城面积: “工”字殿台基下层所占矩形面积 $\approx 11 \times 6 = 66$;

外城面积: “工”字殿台基下层所占矩形面积 $\approx 26 \times 66 = 11 \times 12 \times 13 = 1716$ (图 20)。

由此可知, 元上都规划与元大都一脉相承, 以“工”字殿作为宫城规划的基本模数, 宫城面积 66 倍于“工”字殿台基下层所占地块。

9. “工”字殿前殿台基尺度及比例

“工”字殿前殿台基面阔 36.36 米, 约合 117 尺 (吻合度 99.8%); 进深 26.06 米, 约合 84 尺 (吻合度 99.9%)。

前殿台基面阔: 进深 = $36.36 \div 26.06 = 1.395 \approx 7:5$ (吻合度 99.7%); $1.395 \approx \sqrt{2}$ (吻合度 98.7%) ——可知“工”字殿前殿台基为 $\sqrt{2}$ 矩形 (图 21)。

宫城东西面阔: “工”字殿前殿台基面阔 = $545.4 \div$

① 由元上都、元中都各自外城、皇城、宫城三者的周长及面积比例分析可知, 三者面积之间的整数比关系的精确度明显高于周长之间的整数比关系, 似乎可以推测: 在上都、中都规划中, 令外城、皇城、宫城在面积方面具备整数比关系是规划的主要意图, 而周长之间的比例仅是前者的结果, 故虽然接近整数比, 但精确度却不及面积比例。元大都外城与宫城的周长之比 (8.4:1) 则非整数比, 皇城的周长与面积尚不确定。

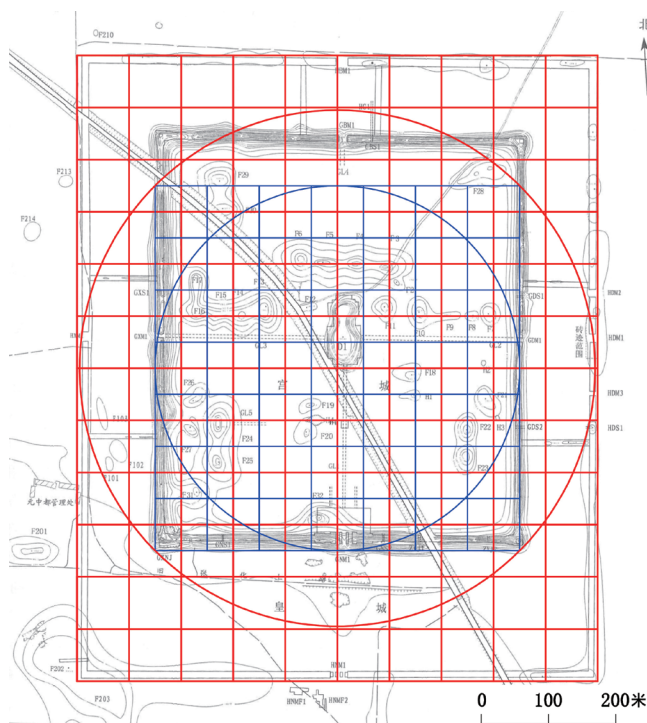


图 19 元中都皇城、宫城平面构图比例及尺度分析之二

(图中红色、蓝色网格均为 50 步见方, 宫城东西 7 格, 皇城东西 10 格, 二者呈“方七斜十”(即 $1:\sqrt{2}$) 比例。底图源自河北省文物研究所《元中都: 1998—2003 年发掘报告》)

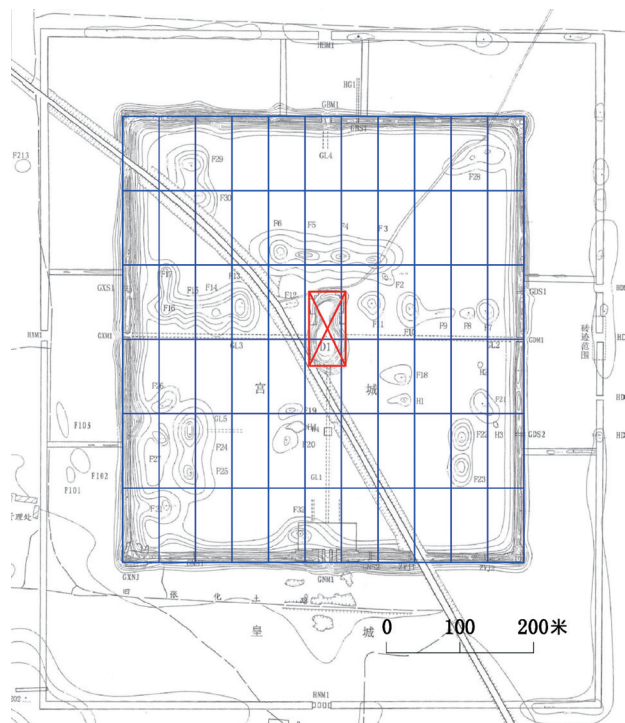


图 20 元中都宫城平面规划模数分析

(宫城面积为“工”字殿台基所占地块的 66 倍。底图源自河北省文物研究所《元中都: 1998—2003 年发掘报告》)

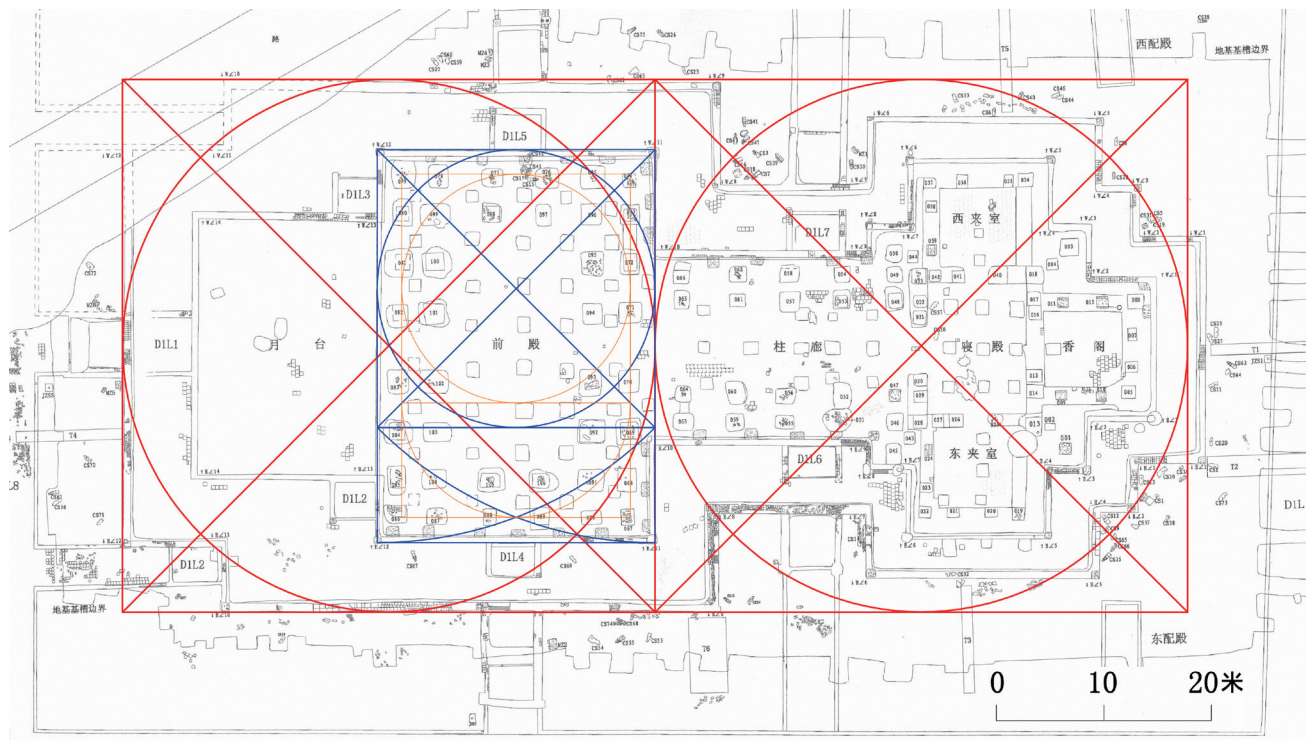


图 21 元中都宫城“工”字殿遗址平面分析

(“工”字殿下层台基进深约为面阔的 2 倍(如图中红线所示); 前殿台基为 $\sqrt{2}$ 矩形(如图中蓝线所示); 前殿柱网平面面阔与进深之比约为 3:2(如图中橙线所示)。底图源自河北省文物研究所《元中都: 1998—2003 年发掘报告》)

36.36 = 15 (吻合度 100%)。

10. “工”字殿前殿柱网尺度与比例

据遗址平面柱网,前殿面阔七间,进深五间,通面阔 31.62 米,合 102 尺;通进深 21.26 米,约合 69 尺(吻合度 99.4%);“工”字殿总进深 72 米,约合 232 尺(吻合度 99.9%)。

前殿通面阔:通进深 = $31.62 \div 21.26 = 1.487 \approx 3:2$ (吻合度 99.2%)。^①

4.3 元中都规划设计之数术内涵

1. “合天地终数,得闰法”“九五之尊”

中都外城边长 1900 步(即 19×100 步),包含数字十九及其具有的“合天地终数,得闰法”之天文历法内涵。中都宫城与上都宫城之平面形状、规模完全相同,10:9 的平面比例再次重申上述内涵。外城面积 26 倍于宫城,12 倍于皇城——其中 26 为 13 的两倍,可能和 13 一样具有“闰月”的象征意义;12 则具有十二月、十二律等内涵。

此外,外城边长 1900 步,合 950 丈,应带有“九五之尊”的象征含义;而“工”字殿上下两层台基总高九尺五寸,含义相同。

2. “天地之中”

皇城面阔与进深之比为 5:6,这与元大都外城十一门类似,取“允合乎五六天地之中”的象征意义。

与之相呼应的是,宫城面阔与“工”字殿下层台基面阔之比为 11:1,寓意相同。此外,宫城进深与“工”字殿下层台基进深之比为 6:1。数字 6 除了具有前文所言《周易》阴爻、坤卦等内涵之外,在这里更重要的数术内涵是象征“天地之中”:首先 6 为地数之中,即 2、4、6、8、10 的中位数;此外,6 又是 1 至 11 这十一个数字的中位数(“工”字殿位置便处在宫城面阔十一等分的中央一份即第六份处)。^②故此,宫城与“工”字殿面阔之比 11,进深之比 6,以及面积之比 66,其实应共同反映“天地之中”的内涵。

意味深长的是,“工”字殿前殿遗址北部中心出土了神秘的阿拉伯数码“六六幻方”青石板^③——它同宫城与“工”字殿之间的 11、6 和 66 等比例/模数关系有何内在联系,



图 22 元中都宫城“工”字殿前殿遗址出土阿拉伯数码“六六幻方”青石
(河北省文物研究所《元中都:1998—2003 年发掘报告》)

是十分值得探索的课题^④(图 22)。

3. 象征二十四节气

宫城面阔与“工”字殿前殿台基面阔之比为 15:1,象征一节节气 15 日。此外,“工”字殿下层台基共有转角 24 个,同样可象征二十四节气。

上层台基共有转角 28 个,或许象征二十八星宿;台基下层出陛七道,上层出陛七道,皆与北斗七星或者二十八星宿每宫七宿存在一定象征关系,亦带有天文意涵。^⑤

4. 天圆地方与参天两地

宫城东西面阔与皇城东西面阔呈 7:10(“方七斜十”)比例,“工”字殿前殿台基进深与面阔呈 5:7(“方五斜七”)比例,二者均接近 $1:\sqrt{2}$,是中国古代城市规划与建筑设计中最常用的经典比例之一,包含“天圆地方”“天地之和”等文化内涵。^⑥

“工”字殿前殿柱网通面阔与通进深之比约为 3:2,具有《周易·说卦》“参天两地而倚数”^{[1]646}等内涵。

5 结语

综合前文的分析讨论,可以得出如表 2 所示的元代三都各自外城、皇城、宫城以及宫城主殿之间清晰的比例、模数关系,既包括每重城墙自身的长宽比,也包括各重城墙之间的周长(或边长)、面积比例,大多具备清晰的整数

表 2 元上都、大都与中都比例尺度分析

名称	城垣/建筑类型	面阔 (米) (步)	进深 (米) (步)	面阔:进深	周长	周长/边长比例	面积比例
元上都	外城	2221.25 1440	2221.25 1440	1:1	24 里	周长 外城:皇城:宫城 = 8:5:2	外城:皇城:宫城 = 15:6:1
	皇城	1405 900	1405 900	1:1	15 里		
	宫城	542.25 350	605.25 390	9:10	6 里 40 步		

① 以上面阔、进深皆由考古工作者据遗址柱坑位置测量,接近柱脚尺寸——与中国古代木结构建筑面阔、进深的设计尺寸(一般取柱头尺寸)略有微差,不过按柱头尺寸计算的平面通面阔与通进深的比例应该与 3:2 相差不远。

② 关于数字 6 与“天地之中”的讨论,可参见王军《尧风舜雨:元大都规划思想与古代中国》,第 243~245 页。

③ 参见河北省文物研究所《元中都:1998—2003 年发掘报告》、佟健华《元中都遗址出土阿拉伯幻方之研究》。

④ 笔者拟另撰文讨论元中都出土阿拉伯数码六六幻方与中都规划设计之间的比例、尺度与数术内涵。

⑤ 王军曾讨论数字七与“天以七纪”之数术内涵。参见王军《尧风舜雨:元大都规划思想与古代中国》,第 239~243 页。

⑥ 参见王南《规矩方圆,天地之和——中国古代都城、建筑群与单体建筑之构图比例研究》。

名称	城垣 / 建筑类型	面阔 (米) (步)	进深 (米) (步)	面阔:进深	周长	周长 / 边长比例	面积比例
元大都	外城	6705 4320	7595 4900 /4920	7:8	77 里	外城面阔:宫城面阔=9 外城进深:宫城进深=8	外城:宫城=72
	皇城			≈7:8			
	宫城	480	615	7:9	9 里 30 步		
	大明殿 (“工”字殿)	40	82	49:100 ≈1:2		宫城面阔:大明殿面阔=12 宫城进深:大明殿进深=7.5	宫城:大明殿=90
	延春阁 (“工”字阁)	30	61	49:100 ≈1:2		外城面阔:大明殿面阔=108 外城进深:大明殿进深=60	外城:大明殿=6480
						宫城面阔:延春阁面阔=16 宫城进深:延春阁进深=10	宫城:延春阁=160
元中都	标准街区	480	1230	7:18	18 里 60 步	外城面阔:标准街区面阔=9 外城进深:标准街区进深=4	外城:标准街区=36
	外城	2928.8 1900	2928.8 1900	1:1	31.5 里	周长 外城:皇城:宫城=21:6:4 皇城面阔:宫城面阔=10:7≈ √2	外城:皇城=12 外城:宫城=26
	皇城	774.2 500	929.2 600	5:6	9 里 40 步		
	宫城	545.4 350	606 390	9:10	6 里 40 步		
	“工”字殿	49.2 32	101.1 65	49:100 ≈1:2		宫城面阔:工字殿面阔=11 宫城进深:工字殿进深=6	宫城:工字殿(台基 下层)=66

注:取 1 尺=31 厘米,1 步=1.55 米,1 里=240 步=372 米。

比关系,体现出规划设计高度的科学性与严谨性。^①

以上比例或模数关系中,尤其值得注意的有两方面。

首先,是以宫城(有时以皇城、标准街区等)作为外城平面规划模数的手法。比如元上都外城面积 15 倍于宫城,元大都外城面积 72 倍于宫城,元中都外城面积 26 倍于宫城。这一规划手法历史悠久,可以列举如隋大兴—唐长安的外城面积 20 倍于宫城(含东宫及掖庭),同时 9 倍于皇城^②;北宋汴梁外城面积 135 倍于宫城;^③以及明北京内城面积 49 倍于紫禁城。^④(图 23)

其次,是以宫城主殿作为宫城平面规划模数的手法。比如元大都宫城面积 90 倍于大明殿“工”字殿所占矩形地块、160 倍于延春阁“工”字阁所占矩形地块(延春阁和大明殿分别构成元大都宫城平面规划的“阴阳模数”);元中都宫城面积 66 倍于“工”字殿台基下层所占矩形地块。^⑤其实,以主殿作为宫殿(或宫城)平面规划模数的手法同样源远流长,笔者研究发现,这一手法甚至可以一直追溯到偃师二里头 1

号宫殿遗址,其总平面所占矩形地块面积为主殿台基面积的 12 倍(面阔为其 3 倍,进深为其 4 倍)。^⑥(图 24)

模数化是中国古代城市规划与建筑设计的精髓之一。《周礼·考工记》中记载了“室中度以几,堂上度以筵,宫中度以寻,野度以步,涂度以轨”^{[9]995-996}等模数化规划设计手法,北宋《营造法式》中亦有“凡构屋之制,皆以材为祖”的记载。以此类比,亦可将上述规律归纳为“都度以宫”“宫度以正殿”或者“凡营都之制,皆以宫为祖”“凡营宫之制,皆以正殿为祖”。^⑦

刘秉忠及其合作者、继承者们对元代三都的规划设计,不但具有高度科学性的模数化手法和清晰的构图比例,而且这些比例、模数关系以及尺度数据背后,蕴含着极其丰富的数术内涵,尤其集中在对《周易》思想(如“大衍之数”“九五之尊”、乾坤阴阳、“允合乎五六天地之中”等)和中国天文、律历(如二十四节气、三十六旬、七十二候、十二月、十二律、“合天地终数,得闰法”“钟鼓之数”等)

① 从上文所分析的元代三都规划设计中的一系列极为精确的比例关系(吻合度普遍高于 98%,大部分高于 99%)及其蕴含的一系列数术内涵来看,本文取 1 尺=31 厘米、1 步=1.55 米这组数值,极有可能是元代三都规划设计时所使用的尺值与步值。

② 参见王南《规矩方圆,天地之和——中国古代都城、建筑群与单体建筑之构图比例研究》(文字版),第 52~53 页。

③ 北宋汴梁外城平面呈东西略短、南北略长的平行四边形,东墙长 7660 米,西墙长 7590 米,南墙长 6990 米,北墙长 6940 米(据开封宋城考古队《北宋东京外城的初步勘探与试掘》),可知其面积约为 53.11 平方千米;宫城(大内)遗址呈东西短、南北长的长方形,东西宽约 570 米,南北深约 690 米(据开封市文物工作队《河南开封明周王府遗址的初步勘探与试掘》),可知其面积约为 0.3933 平方千米。外城面积:宫城面积=135.04≈135(吻合度接近 100%)。

④ 参见王南《规矩方圆,天地之和——中国古代都城、建筑群与单体建筑之构图比例研究》(文字版),第 62~63 页。

⑤ 元上都主殿(正衙)大安阁乃是移建北宋汴梁的熙春阁而成,并非与宫城统一规划,加之未作全面考古发掘,故不作讨论。参见魏坚《元上都、王贵祥《元上都平宫殿建筑大安阁研究》。

⑥ 参见王南《规矩方圆,天地之和——中国古代都城、建筑群与单体建筑之构图比例研究》(文字版),第 36~37 页。

⑦ 关于中国历代都城、宫城、主殿之间规划设计模数与比例的问题,笔者拟另作专文深入探讨。

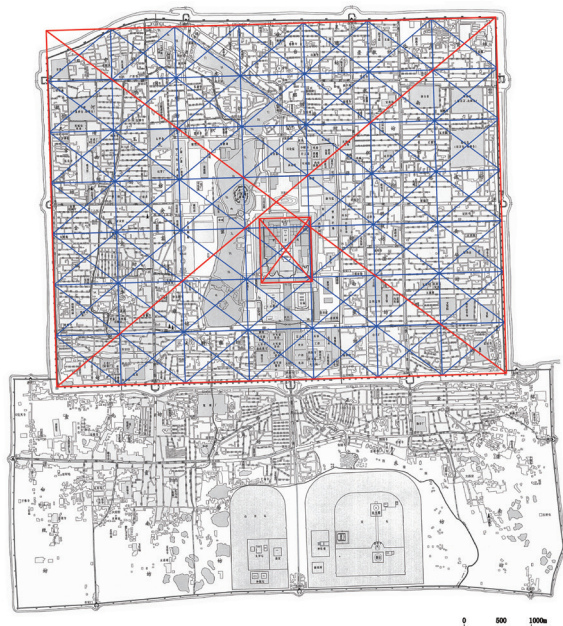


图 23 明北京总平面模数分析

(内城与紫禁城为相似形, 面积为其 49 倍。王南《规矩方圆, 天地之和——中国古代都城、建筑群与单体建筑之构图比例研究》)

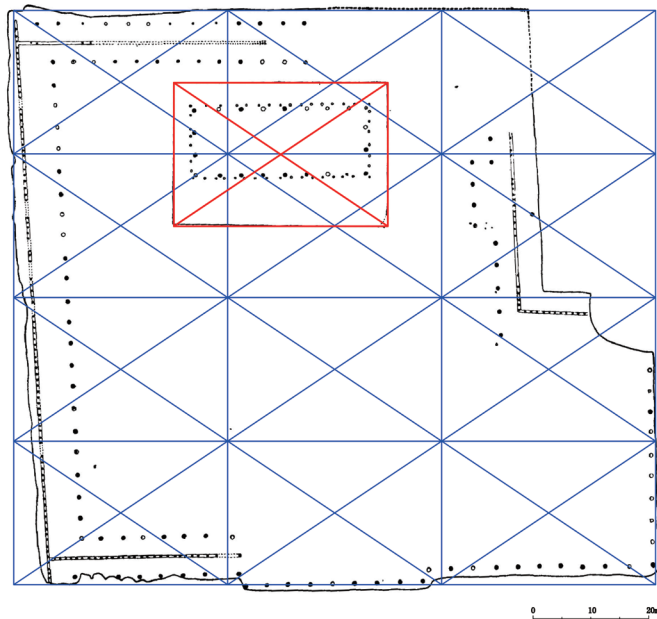


图 24 偃师二里头 1 号宫殿遗址总平面模数分析

(宫殿所占矩形地块面积为主殿台基面积的 12 倍。王南《规矩方圆, 天地之和——中国古代都城、建筑群与单体建筑之构图比例研究》)

的象征性表现, 在三座都城中一以贯之, 有着大量异曲同工之妙处。《元史·刘秉忠传》称刘秉忠“于书无所不读, 尤邃于《易》及邵氏《经世书》, 至于天文、地理、律历、三式六壬遁甲之属, 无不精通”, [11]3688 本文所分析的上都、

大都规划设计的比例、尺度及其数术内涵(且为元中都所继承与发展), 正是对该文献记载的绝佳佐证。

(故宫博物院王军先生对本文提出了大量宝贵意见, 特致谢忱。)

参考文献

- [1] 周易[M]. 杨天才, 张善文, 译注. 北京: 中华书局, 2018.
- [2] 熊梦祥. 析津志辑佚[M]. 北京: 北京古籍出版社, 1983.
- [3] 陶宗仪. 南村辍耕录[M]. 北京: 中华书局, 1959.
- [4] 王贵祥. 关于中国古代宫殿建筑群基址规模问题的探讨[J]. 故宫博物院院刊, 2005(5): 46-85.
- [5] 班固. 汉书[M]. 北京: 中华书局, 2007.
- [6] 范晔. 后汉书[M]. 北京: 中华书局, 2007.
- [7] 郎瑛. 七修类稿[M]. 上海: 上海书店出版社, 2021.
- [8] 张岱. 夜航船[M]. 郑凌峰, 点校. 卿朝晖, 审订. 杭州: 浙江古籍出版社, 2020.
- [9] 周礼[M]. 张善文, 译注. 北京: 中华书局, 2018.
- [10] 礼记[M]. 张萌, 译注. 北京: 中华书局, 2018.
- [11] 宋濂, 等. 元史[M]. 北京: 中华书局, 1976.
- [12] 冯时. 《周易》乾坤卦爻辞研究[J]. 中国文化, 2010(2): 65-93.
- [13] 冯时. 失落的规矩[J]. 读书, 2019(12): 128-136.
- [14] 中国建筑规矩方圆之道——《规矩方圆, 天地之和——中国古代都城、建筑群与单体建筑之构图比例研究》学术研讨会综述[J]. 建筑学报, 2019(7): 99-108.
- [15] 开封宋城考古队. 北宋东京外城的初步勘探与试掘[J]. 文物, 1992(12): 52-61.
- [16] 开封市文物工作队. 河南开封明周王府遗址的初步勘探与试掘[J]. 文物, 2005(9): 46-58.
- [17] 佟健华. 元中都遗址出土阿拉伯幻方之研究[J]. 中国国家博物馆馆刊, 2013(3): 76-83.
- [18] 河北省文物研究所. 元中都: 1998—2003 年发掘报告[M]. 北京: 文物出版社, 2012.
- [19] 王璞子. 元大都城平面规划述略[J]. 故宫博物院院刊, 1960(00): 61-82.
- [20] 傅熹年. 中国古代城市规划、建筑群布局及建筑设计方法研究[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2001.
- [21] 王军. 尧风舜雨: 元大都规划思想与古代中国[M]. 北京: 生活·读书·新知三联书店, 2022.
- [22] 赵春晓. 以元官尺为探讨条件的元大都空间格局历史研究[D]. 南京: 东南大学, 2020.
- [23] 王南. 规矩方圆, 天地之和: 中国古代都城、建筑群与单体建筑之构图比例研究[M]. 北京: 中国城市出版社, 2019.
- [24] 申茨. 幻方: 中国古代的城市[M]. 梅青, 译. 北京: 中国建筑工业出版社, 2008.
- [25] 王南. 元上都、大都与中都规划设计之比例、尺度与数术内涵探析(上)[J]. 建筑史学刊, 2023, 4(3): 38-52.
- [26] 侯仁之. 试论元大都城的规划设计[J]. 城市规划, 1997(5): 10-13.
- [27] 于希贤. 《周易》象数与元大都规划布局[J]. 故宫博物院院刊, 1999(5): 17-25.
- [28] 魏坚. 元上都[M]. 北京: 中国大百科全书出版社, 2008.
- [29] 王贵祥. 元上都开平宫殿建筑大阁研究[M]//王贵祥, 贺从容. 中国建筑史论汇刊: 第2辑. 北京: 清华大学出版社, 2009: 37-63.